Unterrichtswiss (2021) 49:525–546
https://doi.org/10.1007/s42010-021-00136-5

THEMENTEIL

Beliefs von Schweizer Schülerinnen und Schülern zum konstruktivistischen und instruktivistischen Lernen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I – Ergebnisse eines Large-Scale-Assessments zur Überprüfung mathematischer Grundkompetenzen (ÜGK) 2016

Boris Girnat · Tina Hascher

Eingegangen: 27. März 2021 / Überarbeitet: 3. Oktober 2021 / Angenommen: 5. Oktober 2021 / Online publiziert: 29. Oktober 2021

Zusammenfassung Im Rahmen der ersten repräsentativen schweizweiten Überprüfung der mathematischen Grundkompetenzen am Ende der Sekundarstufe I (ÜGK 2016) wurden auch die Einstellungen bzw. Beliefs von 10.539 Schülerinnen und Schülern zum Mathematikunterricht erhoben. Es wurde zwischen Beliefs zum instruktivistischen Lernen und Beliefs zum konstruktivistischen Lernen – differenziert in drei Subdimensionen entdeckendes Lernen, soziales Lernen und realitätsbezogenes Lernen – unterschieden. Anders als es die theoretischen Erwartungen nahelegten, bilden die konstruktivistischen und instruktivistischen Einstellungen keine Gegensätze, sondern bestehen nebeneinander. Einstellungen zum entdeckenden und instruktivistischen Lernen korrelieren hoch miteinander und sind positive Prädiktoren für ein gutes Ergebnis im mathematischen Leistungstest, während Einstellungen zum sozialen und realitätsbezogenen Lernen negative Prädiktoren sind. Diese Befunde sind für Schülerinnen stärker ausgeprägt als für Schüler und steigen mit zunehmenden Schulniveau an. Von Schülerinnen und Schülern wahrgenommene Angebote zu einem kognitiv aktivierenden Mathematikunterricht werden ähnlich wie bei impliziten Theorien zur Intelligenz vollständig über ihre Einstellungen zum Lernen auf ihre mathematischen Testergebnisse mediiert, und zwar positiv über Einstellungen zum entdeckenden und instruktivistischen Lernen und negativ über Einstellungen zum realitätsbezogenen Lernen.

Schlüsselwörter Mathematikunterricht · Beliefs · Implizite Theorien · Konstruktivismus · Lerntheorien · Large-Scale-Assessment

Boris Girnat (✉)
Institut für Mathematik und Angewandte Informatik, Abteilung Didaktik der Mathematik 2, Universität Hildesheim, Hildesheim, Deutschland
E-Mail: boris.girnat@uni-hildesheim.de

Tina Hascher
Institut für Erziehungswissenschaft, Abteilung Schul- und Unterrichtsforschung, Universität Bern, Bern, Schweiz

Swiss student beliefs on constructivist and transmissive learning in mathematics at the end of lower secondary education—results of a large-scale assessment of basic mathematical competencies (ÜGK) 2016

Abstract As part of the first representative Swiss large-scale assessment of basic mathematical competencies at the end of lower secondary education (ÜGK 2016), 10,539 students reported their beliefs towards mathematics learning. Beliefs were differentiated into beliefs on transmissive learning and beliefs of constructivist learning with three subdomains of discovery learning, social learning and reality-based learning. Contrary to theoretical expectations, the constructivist and transmissive beliefs do not form opposites but align with each other. Beliefs on discovery and transmissive learning techniques are highly correlated and are positive predictors of mathematical achievement, while beliefs on social learning and reality-based learning are negative predictors. These findings are more pronounced for female students than for male students and increase with higher school levels. Similar to implicit theories on intelligence, the effects of mathematics instruction that is perceived by students as cognitively activating on mathematical achievement are completely mediated by their beliefs toward mathematics learning. It was found that beliefs on discovery and transmissive learning serve as positive mediators, beliefs on reality-based learning as negative mediator.

Keywords Mathematics education · Beliefs · Implicit theories · Constructivism · Learning theories · Large scale assessment

1 Einleitung

Konstruktivistische Unterrichtsmethoden und Lernumgebungen werden als zentrale Bestandteile eines „zeitgemäßen" Mathematikunterrichts angesehen, die einen positiven Effekt auf den Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler haben (vgl. Dubs 1995; Duit 1995; vom Hofe 2001; Noddings 1990; Oldenburg 2020). Die erziehungswissenschaftliche und mathematikdidaktische Forschung untersucht das Thema „Konstruktivismus" vorrangig unter der Fragestellung, wie ein konstruktivistischer Mathematikunterricht gestaltet sein kann, welche Lerneffekte er nach sich zieht (vgl. Confrey 1990; Leuders 2001; Steffe und Gale 1995) sowie ob und in welchem Maße Lehrpersonen konstruktivistische und nicht-konstruktivistische Einstellungen zu ihrem Unterricht aufweisen und wie diese Einstellungen wiederum die Lernergebnisse beeinflussen (z. B. Pauli et al. 2008; Schmeisser et al. 2013). Einstellungen von Schülerinnen und Schülern sind bisher meist nur indirekt von Interesse, nämlich um über ihre subjektive Wahrnehmung konstruktivistische oder nicht-konstruktivistische Unterrichtsmerkmale zu erfassen, wenn eine „objektivere" Datenquelle wie z. B. eine Unterrichtsbeobachtung nicht zur Verfügung steht (Baumert et al. 2004; Klieme und Rakoczy 2003; Schiepe-Tiska et al. 2013). Anders als in diesen Studien stehen im vorliegenden Beitrag die Einstellungen von Schülerinnen und Schülern bezüglich ausgewählter Aspekte konstruktivistischer und nicht-konstruktivistischer Lehr- und Lernmethoden im Zentrum. Die erste schweizerische Überprüfung der mathematischen Grundkompetenzen in der neunten Jahrgangsstufe (Konsortium ÜGK 2019) hat die Möglichkeit ergeben, neu entwickelte Skalen zu diesem Thema einzusetzen und im Rahmen einer national repräsentativen Stichprobe von 10.539 Schülerinnen und Schülern mit den Daten eines umfangreichen Kontextfragebogens (Hascher et al. 2019) und eines Mathematiktests zu verbinden (Girnat und Linneweber-Lammerskitten 2019). In Analogie zu Studien über Unterrichtsmerkmale und über Einstellungen von Lehrpersonen wird vermutet, dass konstruktivistische Einstellungen mit eher hohen Mathematikleistungen in Verbindung stehen und nicht-konstruktivistische eher mit schwachen. Darüber hinaus besteht die Vermutung, dass konstruktivistische Einstellungen ähnlich wie implizite Theorien zur Intelligenz nach Dweck und Legget (1988) eine Mediatorfunktion zwischen Lernangebot und Lernergebnis einnehmen und so eine Erklärungslücke von Studien schließen, die Lernangebote mit Lernergebnissen direkt in Verbindung bringen. Neben diesen zentralen theoriebildenden Hypothesen werden Geschlechterunterschiede und Unterschiede bezüglich der unterschiedlichen Schulformen des schweizerischen Bildungssystems untersucht.

2 Theoretischer Hintergrund

2.1 Beliefs und implizite Theorien

Seit dem Abstieg des Behaviorismus und dem (Wieder-)Aufstieg der kognitiven Psychologie (Solso 2004) werden mentale Zustände, Vorgänge und Dispositionen von Schülerinnen und Schülern als Schlüssel dazu angesehen, ihr Lernen und ihre Lernergebnisse zu beschreiben und zu erklären. In der Mathematikdidaktik hat sich der Begriff der Einstellungen oder Beliefs als Oberbegriff für mentale Phänomene durchgesetzt: „Beliefs – to be interpreted as an individual's understandings and feelings that shape the ways that the individual conceptualizes and engages in mathematical behavior“ (Schoenfeld 1985, S. 358). Wie dieses Zitat verdeutlicht, werden Beliefs nicht ausschließlich als Kognitionen verstanden, sondern umfassen eine Vielzahl weiterer mentaler Phänomene wie Affekte, Emotionen, Motivationen und Volitionen (Grootenboer und Marshman 2016; Hannula et al. 2019; Philipp 2007; Thompson 1992). Ihnen ist gemein, dass sie als mentale Phänomene betrachtet werden, mit denen man erklären und verstehen kann, wie Schülerinnen und Schüler Mathematik wahrnehmen und erlernen (Leder und Forgasz 2002; Lipnevich et al. 2011; Multon et al. 1991). Umgekehrt sind Beliefs aber auch Gegenstand von Erklärungen, d.h. man untersucht, wie Beliefs entstehen, sich entwickeln und wie sie verändert werden können. Beliefs können also einerseits eine Erklärung für das Verhalten oder für das Vorliegen anderer Beliefs sein, wie auch umgekehrt Beliefs durch andere mentale Phänomene oder äußere Einflüsse erklärt werden können. Falls beides der Fall sein sollte, dann nehmen Beliefs eine „Vermittlerposition“ ein, indem sie einerseits durch Faktoren bedingt, andererseits Bedingungen für andere Phänomene sind. Variablen dieser Art werden in der quantitativen Forschung Mediatoren genannt (Bühner und Ziegler 2017, S. 760 ff.). In diesem Aufsatz wird u.a. untersucht, ob Beliefs zum Lernen im Mathematikunterricht als Mediatoren zwischen Außenwelt und Lernergebnis betrachtet werden können.

Je nach Grad der Komplexität und Vernetztheit können Beliefs als individuelle, subjektive oder implizite Theorien betrachtet werden (vgl. Girnat 2010; Groeben et al. 1988). Von besonderem Interesse für die pädagogische Forschung haben sich implizite Theorien der Intelligenz nach Dweck und Legget (1988) erwiesen. Dweck und Legget (1988) gehen davon aus, dass Schülerinnen und Schüler implizite Theorien über Intelligenz besitzen. Ein wesentlicher Aspekt dieser impliziten Theorien liegt darin, ob Schülerinnen und Schüler Intelligenz allgemein – und damit auch ihre persönliche – für stabil oder für veränderbar halten. Die Beliefs zu dieser Frage haben nach Dweck und Legget (1988) einen erheblichen Einfluss darauf, ob und in welchem Maße man einen persönlichen Lernfortschritt für möglich hält und vor diesem Hintergrund tatsächlich Anstrengungen unternimmt, um Lernfortschritte zu erreichen: „Beliefs about the capacity to grow one's abilities are called implicit theories or mindsets. Children with more of a fixed mindset believe that they have a certain amount of ability and they cannot do much to change it. Children with more of a growth mindset instead believe that they can develop their abilities through hard work, good strategies, and instruction from others" (Haimovitz und Dweck 2017, S. 1849). Neben der Beschreibung impliziter Theorien und deren Auswirkung auf das Lernverhalten und das Lernergebnis besteht ein wichtiges Forschungsanliegen darin, Einflussfaktoren auf die Entstehung oder Veränderung dieser Theorien zu finden – wie beispielsweise Einstellungen und Rückmeldungen der Eltern oder Lehrpersonen (Haimovitz und Dweck 2016, 2017). Es ist davon auszugehen, dass nicht nur Beliefs zur Intelligenz, sondern auch zum Lernen eine wichtige Rolle für den Lernerfolg einnehmen. Wenn Beliefs mitbestimmen, wie Schülerinnen und Schüler Mathematik lernen, ist es wichtig, diese zu verstehen (McDonough und Sullivan 2014). Studien, welche die Beliefs von Schülerinnen und Schülern zum Mathematiklernen untersuchen, sind bisher allerdings eher rar. So identifizieren z.B. Young-Loveridge et al. (2006) bei Primarschulkindern eher eng gefasste Vorstellungen zur Mathematik als Beschäftigung mit Zahlen und Berechnungen. Grootenboer und Marshman (2016) konnten zeigen, dass Beliefs von Schülerinnen und Schülern zur Mathematik und zum Mathematiklernen von ihren Erfahrungen im Mathematikunterricht beeinflusst werden. Deshalb stimmt es nachdenklich, dass gemäß Brown et al. (2008) die Mehrheit der von ihnen befragten englischen Jugendlichen Mathematik als schwierig, langweilig und sinnlos wahrnahmen. Solche Ergebnisse scheinen sich jedoch nicht verallgemeinern zu lassen, da nach Grootenboer und Marshman (2016) ein Großteil der Jugendlichen in Neuseeland Mathematik zwar als schwierig und langweilig, zugleich aber als wichtig und nützlich erachtet und Mathematik als „Gatekeeper" für die berufliche Entwicklung und weitere Bildung ansieht.

2.2 Konstruktivismus im Mathematikunterricht

Der vorliegende Beitrag beschäftigt sich mit einem spezifischen Bereich von Beliefs, nämlich mit Beliefs von Schülerinnen und Schülern über konstruktivistische und nicht-konstruktivistische Lernformen im Mathematikunterricht. Es wird untersucht, ob diese Beliefs eine ähnliche Funktion einnehmen wie implizite Theorien zur Intelligenz: Mathematikdidaktiker und -didaktikerinnen, die konstruktivistisches Lernen im Mathematikunterricht befürworten, gehen davon aus, dass konstruktivistische Lernumgebungen einen positiven Effekt auf das Lernergebnis haben und für ein vertiefteres Verständnis von Mathematik sorgen als andere Lernformen, denn „(i)n der didaktischen Rezeption […] ist es üblich geworden[,] konstruktivistisches Lernen als (höherwertigen) Spezialfall von Lernen zu begreifen“ (Oldenburg 2020, S. 79). Zuweilen wird es sogar als nahezu alleinige Aufgabe der Mathematikdidaktik angesehen, konstruktivistisches Lernen zu ermöglichen: „Zum Ziel wird es vielmehr, Lernumgebungen zu schaffen, die Lernen im konstruktivistischen Sinne ermöglichen“ (vom Hofe 2001, S. 6).

Konstruktivistische Lerntheorien haben ihren Ursprung in ontologischen und erkenntnistheoretischen Theorien, die über pädagogische Aspekte hinausreichen. Am bekanntesten dürfte der Radikale Konstruktivismus nach von Glasersfeld (1997) sein, der die Existenz und erkenntnistheoretische Zugänglichkeit einer vom Denken unabhängigen „Außenwelt“ ablehnt. Auf dieser Grundlage wird Lernen nicht als Erkenntnis einer Außenwelt verstanden, sondern als individuelle Konstruktion einer „inneren Welt“. Zur individuellen Konstruktion tritt die soziale Konstruktion, denn ergänzend zum ontologischen und erkenntnistheoretischen Konstruktivismus wird zumeist ein sozialer Konstruktivismus angenommen, der davon ausgeht, dass individuelle Wissenskonstruktionen nur durch Verständigungs- und Aushandlungsprozesse in einem sozialen Umfeld möglich seien (Gergen 1985). Nicht jeder lerntheoretische Konstruktivismus teilt jedoch diese weitreichenden, nicht unumstrittenen Annahmen, sondern kann eine konstruktivistische Sicht des Lernens auch unabhängig davon für angemessen halten. Die eigenständige Konstruktion von Wissen wird dabei als das definitorische Kernelement konstruktivistischer Lerntheorien angesehen:

> Constructivists claim that knowledge is actively constructed by the child, not passively received from the environment. Using this conception of the essence of constructivism, virtually every modern theory of cognitive science can claim to be based on constructivist philosophy. (Lesh und Doerr 2003, S. 532)

An dieser Stelle wird die Analogie zu impliziten Theorien der Intelligenz deutlich, denn eine konstruktivistische Mathematikdidaktik nimmt an, dass Schülerinnen und Schüler ihr mathematisches Wissen durch selbstständige Konstruktion verändern können. Daraus leitet sich die These ab, dass Schülerinnen und Schüler, die konstruktivistische Lernvorstellungen aufweisen, eher an die Veränderbarkeit ihrer mathematischen Fähigkeiten glauben, dadurch stärker zum Lernen motiviert sind und letztendlich bessere Lernergebnisse erzielen als Schülerinnen und Schüler, die ihre mathematischen Fähigkeiten für stabil halten. Dies führt zu der Frage, wie sich Mathematikunterricht gestaltet, der konstruktivistische Beliefs fördert und begünstigt.

Neben der aktiven Konstruktion von Wissen und Fähigkeiten als zentrale Eigenschaft konstruktivistischen Lernens werden in der Literatur weitere Merkmale eines konstruktivistischen Mathematikunterrichts genannt, u. a. der Einbezug von Vorerfahrungen: „Konstruktivistische […] Lerntheorien [sind solche], die die Betonung der Eigenaktivität und der Selbststeuerung des Lerners, die Relevanz der individuellen Vorerfahrungen als oberste Prämissen haben" (Trautmann und Wischer 2008, S. 163). Als Gegensatz werden instruktivistische oder transmissive Ansätze genannt, die auf eine „Vermittlung" von Wissen durch Instruktion und ein Erlernen von Fertigkeiten durch rezeptive und repetitive Techniken setzen – gemäß dem Motto „vormachen, nachmachen und wiederholen" (Leuders 2015).

Speziell für den Mathematikunterricht wird darauf hingewiesen, dass das Einüben bloßer Routinen und Schemata wenig zielführend ist. Stattdessen ist ein kognitiv aktivierender Unterricht umzusetzen, in dem Lösungswege gut erklärt, verschiedene Lösungsmöglichkeiten diskutiert und reflektiert werden, was einen eher offenen und diskursiven Zugang zum Mathematiklernen erfordert (Ufer et al. 2015). Dabei ist es wichtig, das Vorwissen der Schülerinnen und Schüler, verstanden als speziell alltags- und realitätsbezogene Erfahrungen, einzubeziehen. Im Sinne einer konstruktivistischen Didaktik sollen diese Erfahrungen Ausgangspunkte sein, von denen aus mathematisches Verständnis und mathematische Fähigkeiten selbstständig entdeckend oder „entdeckenlassend" konstruiert und das „Mathematisieren" angeregt werden (Büchter und Henn 2015, S. 19; Leuders 2003). Allerdings ist ein entdeckenlassendes Lernen nicht notwendigerweise an realitätsbezogene Ausgangspunkte gebunden; insbesondere in der Arithmetik und Algebra können Muster, Regeln und Strukturen auch bei der Beschäftigung mit innermathemischen Objekten (wie Zahlen, Variablen, Termen und Gleichungen) entdeckt werden (vgl. Krauthausen 2017, S. 178 ff.). Als weiteres Element eines konstruktivistischen Mathematikunterrichtes wird der soziale Aspekt angesehen (Ufer et al. 2015), der als sozio-konstruktivistische Dimension als relativ eigenständiges Element neben der bisher angesprochenen kognitiv-konstruktivistischen Dimension angesehen wird (Bendorf 2016): Der Diskurs mit anderen Lernenden fordert die Schülerinnen und Schüler heraus, ihre Annahmen und ihr Wissen zu elaborieren, zu hinterfragen und argumentativ zu vertreten. Im Dialog mit anderen entsteht gemeinsames Wissen, das breiter vernetzt ist und den Transfer auf andere Kontexte erleichtert. In Beschreibungen konstruktivistischer Elemente des Mathematikunterrichtes werden weitere Eigenschaften genannt, wie z. B. die Offenheit und Authentizität der Aufgaben, die Möglichkeit, Themen und Bearbeitungswege selbst zu wählen, die Gelegenheit, in Gruppen verschiedener Art zu arbeiten und die Anregung, kognitiv herausfordernde Denkoperationen einzusetzen (Büchter und Henn 2015; Dubs 1995; Duit 1995; Heinze und Reiss 2004; Lipowsky et al. 2009; Neubrand et al. 2011; Rakoczy und Pauli 2006). Der vorliegende Beitrag konzentriert sich auf drei Kernmerkmale, die am häufigsten genannt werden und in systematischer Hinsicht eine Vorbedingung für die eher „periphereren" Aspekte eines konstruktivistischen Mathematikunterrichts sind: 1) selbstständig entdeckendes Lernen; 2) Themen und Aufgaben mit Realitätsbezug; 3) soziale bzw. kooperative Lernformen. Transmissives oder instruktivistisches Verständnis von Lernen hingegen zeichnet sich dadurch aus, dass Lösungswege und Musteraufgaben präsentiert, Themen in überschaubare, zugleich inhaltlich isolierte, oftmals algorithmisch auszuführende Techniken zerlegt werden und das Üben vor allem auf automatisierendes bzw. Routine schaffendes Üben durch Vormachen, Nachmachen und Wiederholen abzielt (Leuders 2015).

3 Forschungsfragen und -hypothesen

Die folgenden Hypothesen und Forschungsfragen gründen sich primär auf allgemeine lerntheoretische Annahmen zum Konstruktivismus und auf empirische Studien, die Einstellungen von Lehrpersonen zum Gegenstand haben, da Schülerinnen und Schüler bisher kaum systematisch untersucht worden sind.

Wie oben dargestellt, wird in der mathematikdidaktischen Lerntheorie mehrheitlich davon ausgegangen, dass ein konstruktivistischer Mathematikunterricht verschiedene Facetten bzw. Dimensionen aufweist, die untereinander verbunden sind und im Gegensatz zu einer instruktivistischen Sicht stehen. Empirische Studien zu Einstellungen von Lehrpersonen bestätigen diese Annahmen, insbesondere negative Korrelationen zwischen konstruktivistischen und instruktivistischen Skalen, die von eher niedrigen Werten wie $r = –0{,}13$ (Grigutsch et al. 1998, S. 31) bis zu relativ hohen wie $r = –0{,}67$ (Schmeisser et al. 2013, S. 58; Voss et al. 2013) reichen. Ähnliches lässt sich auch außerhalb des Mathematikunterrichts, z. B. bezüglich des Faches Politik, finden ($r = –0{,}46$; Weißeno et al. 2013, S. 75).

Hypothese 1 Es gibt verschiedene Dimensionen von Beliefs zum konstruktivistischen Lernen (zumindest zum entdeckenden, zum realitätsbezogenen und zum sozialen Lernen), die positiv miteinander und negativ mit Beliefs zum instruktivistischen Lernen korrelieren.

Aufgrund wiederholt bestätigter Befunde zu geschlechtsspezifischen und schulformspezifischen Unterschieden im Schulfach Mathematik (Leder 2015; Stoet und Geary 2013) werden zudem folgende gruppenspezifische Unterschiede untersucht:

Fragestellung 1 Welche geschlechterspezifischen Unterschiede in den Dimensionen von Beliefs zum konstruktivistischen Mathematiklernen lassen sich nachweisen?

Fragestellung 2 Welche Unterschiede in den Dimensionen von Beliefs zum konstruktivistischen Mathematiklernen in Abhängigkeit der Schulform lassen sich nachweisen?

Von konstruktivistischen Lernumgebungen wird ein positiver Effekt auf die Mathematikleistung erwartet (vgl. Ufer et al. 2015), wenngleich dieser Effekt empirisch nicht durchgängig als bestätigt angesehen werden kann (vgl. Hattie 2009). Ebenfalls nur bedingt abgesichert ist ein positiver Effekt, den konstruktivistische Einstellungen von Lehrpersonen auf Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler haben (Kaiser und Maaß 2006; Schmeisser et al. 2013; Voss et al. 2013). Gemäß aktueller mathematikdidaktischer Theorien (s. oben) wird dennoch davon ausgegangen, dass konstruktivistische Einstellungen von Schülerinnen und Schülern positiv mit ihren Mathematikleistungen zusammenhängen.

Hypothese 2 Die Dimensionen von Beliefs zum konstruktivistischen Lernen sind positive Prädiktoren, Beliefs zum instruktivistischen Lernen negative Prädiktoren für die mathematische Leistung.

Analog zur Erkenntnis, dass implizite Theorien der Intelligenz den Einfluss der Lernumgebung auf die Lernleistung vermitteln (Haimovitz und Dweck 2017), wird angenommen, dass Beliefs zum Mathematiklernen eine mediierende Rolle zwischen der Wahrnehmung des Unterrichts und der Mathematikleistung einnehmen.

Hypothese 3 Es gibt einen positiven Effekt konstruktivistischer Lernumgebungen auf die Mathematikleistung, der aber über Beliefs zum konstruktivistischen Lernen mediiert wird.

4 Stichprobe Datenaufbereitung und Angaben zum Mathematiktest

Die Zielpopulation des Bildungsmonitoring-Projekts „Überprüfung der Grundkompetenzen ÜGK 2016" waren sämtliche Schülerinnen und Schüler der 9. Jahrgangsstufe, mit der an Schweizer Schulen die Sekundarstufe I und damit die obligatorische Schulzeit abgeschlossen wird (EDK 2011). In der Sekundarstufe in der Schweiz werden drei Schulformen bzw. -niveaus unterschieden: grundlegendes Niveau (a), mittleres Niveau (e) und höchstes (gymnasiales) Niveau (p), das auf die Sekundarstufe II mit Hochschulreife vorbereitet.

Die Gesamtpopulation von etwa 85.000 Personen verteilt sich auf rund 1500 Schulen (Verner und Helbling 2019, S. 6). Aus dieser Grundgesamtheit wurde für ÜGK 2016 eine Stichprobe von 22.423 Schülerinnen und Schüler in 3552 Klassen von 830 Schulen gezogen. Die Schülerinnen und Schüler bearbeiteten einen Mathematiktest und einen Kontextfragebogen. Aufgrund der Erhebungszeitrestriktionen lag der Kontextfragebogen in zwei Varianten vor (vgl. Hascher et al. 2019). Für die vorliegende Fragestellung ist die zweite Variante maßgeblich, die Fragen zum Fach Mathematik enthält. Diese Variante wurde von 10.539 Schülerinnen und Schüler ausgefüllt und ist die Grundlage unserer Auswertung. Sie kann als ebenso repräsentativ angesehen werden wie die Gesamtstichprobe, da in jeder geprüften Klasse beide Fragebogenvarianten eingesetzt und zufällig jeweils der Hälfte der Klasse zugeteilt wurden. Innerhalb dieser Teilstichprobe verteilen sich die Schülerinnen und Schüler wie folgt auf die Merkmale Geschlecht und Schulniveau: 5135 weiblich (49 %), 5404 männlich (51 %); 3387 Niveau a (grundlegendes Niveau; 32 %), 4374 Niveau e (mittleres Niveau; 41 %) und 2878 Niveau p (höchstes, gymnasiales Niveau; 27 %).

Für die Analysen wurde der offizielle ÜGK-2016-Datensatz verwendet (Nidegger 2019). Da die Auswertungen durch die Schweizerische Erziehungskonferenz (EDK) die Skalen des Kontextfragebogens für die Überprüfung der mathematischen Grundkompetenzen unberücksichtigt lassen, wurden die Daten für die vorliegenden Analysen neu aufbereitet. Zur besseren Vergleichbarkeit mit der Gesamtstichprobe wurde die Aufbereitung analog zur EDK-Auswertung vorgenommen: Der Mathematiktest besteht aus 180 Aufgaben, die alle fünf Inhaltsbereiche der Bildungsstandards für die Sekundarstufe I abdecken (Daten und Zufall; Größen und Maße; funktionale Zusammenhänge; Zahl und Variable und Raum und Form) sowie fünf der acht Handlungsaspekte (Argumentieren und Begründen; Darstellen und Kommunizieren; Wissen, Erkennen und Beschreiben; Mathematisieren und Modellieren und Operieren und Berechnen) (Girnat und Linneweber-Lammerskitten 2019, S. 26). Diese Aufgaben wurden von 13 Experten mit Blick auf die Erfüllung der Grundkompetenzen in drei Kategorien eingeordnet: 45 Aufgaben liegen unterhalb der Anforderungen der

Grundkompetenzen, 48 entsprechen den Anforderungen der Grundkompetenzen und 87 liegen oberhalb der Anforderungen der Grundkompetenzen (Angelone und Keller 2019, S. 13 f.). Der Test wurde mit einem eindimensionalen Raschmodell skaliert (von Davier 2016). Die Modellgütekriterien (z. B. EAP-Reliabilität 0,935, SRMR 0,0459 und MADaQ3 0,0356) liegen in einem sehr guten Bereich (Beaujean 2014, S. 92–113). Zur Auswertung wurde das Paket „TAM“ (Robitzsch et al. 2020) unter „R“ (R Core Team 2021) benutzt. Die Kontextvariablen des Fragebogens wurden in die Ziehung von 50 Plausible Values (Mislevy 1991) aufgenommen und fehlende Fragebogendaten wurden simultan mit der Ziehung der Plausible Values (PV) imputiert (Robitzsch et al. 2016). Dabei wurde das Verfahren des Predictive-Mean-Matching verwendet (van Buuren 2012). Der Anteil der fehlenden Werte in den Variablen des Kontextfragebogens liegt zwischen 1,2 und 4,4 %, im Mittel bei 2,4 %. Nach der Aufbereitung der Daten und Ziehung der PVs wurden sämtliche Analysen mit Strukturgleichungsmodellen durchgeführt (Loehlin und Beaujean 2017, S. 95–125), indem die Ergebnisse über die 50 imputierten Datensätze mit jeweils einer PV gemittelt (Bruneforth et al. 2016) und die Stichprobengewichtung und das Replikationsdesign (George et al. 2016) der ÜGK 2016 mit 120 Replikationszonen von der EDK übernommen wurden. Diese Analysen wurden mit den R-Paketen „lavaan“ (Rosseel 2012) und „BIFIEsurvey“ (BIFIE 2019) durchgeführt. Durch die Verwendung von Strukturgleichungsmodellen werden alle durch die Messinstrumente erhobenen Konstrukte als latente Variablen modelliert und die Parameter der Auswertungen (insbesondere Korrelationen und Regressionskoeffizienten) können als messfehlerbereinigte latente Werte gelten.

Für den nationalen Bildungsbericht wurde die metrische Skala des Raschmodells in zwei Teile diskretisiert, die inhaltlich der Erreichung der Grundkompetenzen bzw. der ihrer Nichterreichung entsprechen. Als Trennpunkt wurde der Schwierigkeitsparameter der leichtesten der 48 Aufgaben verwendet, die nach dem Expertenrating den Anforderungen der Grundkompetenzen entsprechen (Angelone und Keller 2019, S. 14). Da die Fähigkeitsparameter der Schülerinnen und Schüler auf derselben Skala abgebildet werden, ergibt sich dadurch automatisch eine Einteilung der Schülerinnen und Schüler in diejenigen, welche die Grundkompetenzen erfüllen, und diejenigen, die es nicht tun. Im Bildungsbericht wird nur diese Einteilung berichtet und bezüglich verschiedener Kovariaten untersucht (Konsortium ÜGK 2019, S. 41 ff.). Hier hingegen wird ausschließlich auf die metrische Rasch-Skala zurückgegriffen. Gemäß der oben dargestellten Zusammenstellung der Testaufgaben stellt diese Skala inhaltlich und vom Anforderungsniveau her einen breiten Querschnitt der Schulmathematik der Sekundarstufe I dar (und nicht allein einen Test der mathematischen Grundkompetenzen).

5 Messinstrumente des Begleitfragebogens

Die neu entwickelten, mehrfach pilotierten Skalen zu konstruktivistischen und nicht-konstruktivistischen Beliefs zum Mathematiklernen von Schülerinnen und Schülern (Girnat 2015) wurden im Kontextfragebogen der ersten schweizweiten Überprüfung der mathematischen Grundkompetenzen im Jahr 2016 (ÜGK 2016) eingesetzt

(Angelone und Keller 2019; Konsortium ÜGK 2019). Die Beliefs der Schülerinnen und Schüler zum Mathematiklernen wurden in drei Dimensionen konstruktivistischer Beliefs und eine Dimension instruktivistischer Beliefs unterschieden (Tab. 1). Als konstruktivistische Beliefs wurden 1) selbstständig entdeckendes Lernen (Skala „disclearn“), 2) Themen und Aufgaben mit Realitätsbezug (Skala „realref“) und soziales Lernen (Skala „comlearn“) operationalisiert, der Gegensatz zu konstruktivistischen Beliefs anhand der Skala „instrlearn“ als transmissive bzw. instruktivistische Beliefs (Hascher et al. 2019). Um den Mediatoreffekt zwischen Unterrichtswahrnehmung und Mathematikleistung zu prüfen, wurde eine Skala zum kognitiv aktivierenden Mathematikunterricht (Skala „cog“) von Baumert et al. (2009, S. 178) übernommen, die aus Schülersicht beobachtbare Merkmale eines konstruktivistischen Mathematikunterrichts erfasst.

Die Tab. 2 enthält Gütekriterien der Skalen. Für jede Skala wird Cronbachs α als Schätzung der Reliabilität verwendet. Als Modellgütekriterien der Strukturgleichungsmodelle werden der CFI, der RMSEA und das SRMR angegeben. Die Interpretation dieser Werte variiert in der Literatur. Man kann jedoch einen SRMR und RMSEA unter 0,05 als Kennzeichen für eine sehr gute Modellpassung und Werte unter 0,08 als gut ansehen; der CFI sollte nahe bei 1 liegen; zuweilen werden 0,95 oder 0,90 als untere Grenzen angeben (Beaujean 2014, S. 92–113; Loehlin und Beaujean 2017, S. 70–72 und 289–298). Da die Skala zum sozialen Lernen („comlearn“) aus nur drei Items besteht, lässt sich das zugehörige Messmodell nicht isoliert testen. Insgesamt sprechen alle Gütekriterien für den Einsatz der Skalen.

Tab. 1 Übersicht über die Skalen

Bezeichnung	Beispielitem	Itemzahl
Instrlearn	Am besten lerne ich Mathematik, wenn uns der Lehrer/die Lehrerin alles genau erklärt und vormacht und wir es dann nachmachen	5
Disclearn	Ich mag Mathematik-Aufgaben, an denen man Mathematik selbst entdecken kann	4
Comlearn	Im Mathematik-Unterricht arbeite ich gern in Gruppen an mathematischen Problemen	3
Realref	Ich finde es interessant, wenn wir im Fach Mathematik Probleme aus dem Alltag lösen	4
Cog	Unser Mathematiklehrer/Unsere Mathematiklehrerin lässt uns unterschiedliche Lösungswege von Aufgaben vergleichen und bewerten	8

Tab. 2 Gütekriterien der Skalen

	Cronbachs Alpha	SRMR	CFI	RMSEA
Instrlearn	0,82	0,039	0,956	0,090
Disclearn	0,86	0,010	0,996	0,063
Comlearn	0,75	–	–	–
Realref	0,81	0,012	0,993	0,064
Cog	0,87	0,053	0,910	0,127

6 Ergebnisse

6.1 Korrelationen

Alle Korrelationen, auch Korrelationen mit dem Testergebnis, erweisen sich als signifikant (Tab. 3, Modellgüte: *RMSEA* = *0,056; SRMR* = *0,051; CFI* = *0,906*, die Signifikanzniveaus sind mit den üblichen Sternchen angegeben), was jedoch bei der Stichprobengröße zu erwarten war. Interessant ist hingegen der Befund, dass die

Tab. 3 Latente Interkorrelationen der Skalen und mit dem Mathematiktest

	Instrlearn	Disclearn	Comlearn	Realref	Cog
Test	0,181***	0,242***	–0,136***	0,025**	0,102***
Instrlearn	–	0,420***	0,174***	0,511***	0,387***
Disclearn	–	–	0,204***	0,442***	0,360***
Comlearn	–	–	–	0,412***	–0,041**
Realref	–	–	–	–	0,196***

Tab. 4 Latente Korrelationen nach Schulniveau bzw. Geschlecht getrennt

	Instrlearn	Disclearn	Comlearn	Realref	Cog
Test	a: 0,223***	a: 0,257***	a: –0,048*	a: 0,188***	a: 0,131
	e: 0,117***	e: 0,267***	e: –0,071***	e: 0,086***	e: 0,123
	p: –0,014	p: 0,344***	p: –0,175***	p: –0,007	p: 0,156
	m: 0,126***	m: 0,213***	m: –0,171***	m: –0,025*	m: 0,083***
	w: 0,275***	w: 0,251***	w: –0,101***	w: 0,068***	w: 0,134***
Instrlearn	–	a: 0,667***	a: 0,418***	a: 0,719***	a: 0,442
		e: 0,411***	e: 0,164***	e: 0,518***	e: 0,400
		p: 0,141***	p: 0,030	p: 0,344	p: 0,322
		m: 0,556***	m: 0,275***	m: 0,573***	m: 0,481***
		w: 0,384***	w: 0,077***	w: 0,482***	w: 0,376***
Disclearn	–	–	a: 0,421***	a: 0,663***	a: 0,379
			e: 0,210***	e: 0,441***	e: 0,344
			p: 0,048*	p: 0,250***	p: 0,356
			m: 0,326***	m: 0,491***	m: 0,432***
			w: 0,097***	w: 0,373***	w: 0,308***
Comlearn	–	–	–	a: 0,572***	a: 0,162
				e: 0,414***	e: –0,068
				p: 0,324	p: –0,193
				m: 0,470***	m: 0,022
				w: 0,358***	w: –0,115***
Realref	–	–	–	–	a: 0,335
					e: 0,181
					p: 0,090
					m: 0,228***
					w: 0,155***

a grundlegendes Niveau, *e* mittleres Niveau, *p* höchstes Niveau, *m* männlich, *w* weiblich

Richtung der Korrelationen nicht den Erwartungen (Hypothese 1) entsprechen: Zwar korrelieren die konstruktivistischen Skalen „disclearn“ und „realref“ erwartungsgemäß positiv miteinander, jedoch korreliert auch die Skala zum instruktivistischen Lernen („instrlearn“) mit diesen Skalen genauso hoch oder sogar höher. Beliefs zum instruktivistischen Lernen fügen sich in diese beiden Facetten des konstruktivistischen Lernens gleichberechtigt ein und bilden zu ihnen keinen (durch eine negative Korrelation ersichtlichen) Gegensatz. Demgegenüber korreliert die konstruktivistische Skala „comlearn“ deutlich weniger mit ihnen und fällt aus dem „konstruktivistischen Trio“ eher hinaus. Bemerkenswert ist außerdem ihre negative Korrelation mit dem Mathematiktest.

Bei Korrelationen getrennt nach Gruppen Geschlecht bzw. Schulniveau (Tab. 4) zeigt sich in Bezug auf die Schulniveaus, dass mit wenigen Ausnahmen die Korrelationen mit steigendem Schulniveau sinken. Bei den Geschlechterunterschieden fällt vor allem auf, dass bei Schülerinnen instruktivistische Vorstellungen („instrlearn“) stärker mit höheren Testergebnissen korrelieren, aber die konstruktivistischen Skalen untereinander (besonders mit „comlearn“) weniger stark korrelieren als bei Schülern.

6.2 Gruppenunterschiede

Als nächstes werden Mittelwertsunterschiede bezüglich der Geschlechter und der Schulniveaus betrachtet (Tab. 5). Dazu wurden alle Skalen und der Test standardisiert, eine der Gruppen („männlich“ bzw. „tiefstes Niveau = Niveau a“) als Bezugsgruppe auf den Mittelwert 0 gesetzt und die Mittelwertsdifferenzen zu den anderen Gruppen durch Cohens *d* angegeben (Cohen 1988). Üblicherweise wird ein Wert von 0,2 als kleinen Effekt, von 0,5 als mittleren Effekt und von 0,8 als großen Effekt (Cohen 1988) interpretiert. Bei allen Gruppenvergleichen wurde die Messinvarianz überprüft (Millsap und Olivera-Aguilar 2012; durchgeführt mit dem R-Paket „semTools“; Jorgensen et al. 2021).

Es lassen sich bemerkenswerte Geschlechterunterschiede feststellen: Schülerinnen zeigen gegenüber Schülern deutlich schwächer ausgeprägte Beliefs bezüglich des entdeckenden Lernens („disclearn“, $d = -0{,}56$) und etwas niedriger ausgeprägte Beliefs gegenüber des Realitätsbezuges („realref“, $d = -0{,}22$). Demgegenüber scheinen sie instruktivistische Lernmethoden etwas zu bevorzugen („instrlearn“, $d = 0{,}25$). Bezüglich der Schulniveaus kann man einen Anstieg der Beliefs für das instruktivistische Lernen („instrlearn“) vom tiefsten zum höchsten Schulniveau (a zu p) beob-

Tab. 5 Gruppenunterschiede, in Cohens *d* ausgedrückt

	Geschlechterunterschiede		Unterschiede bzgl. Schulniveaus		
	Männlich	Weiblich	Niveau a	Niveau e	Niveau p
Test	0,000	–0,151***	0,000	1,141***	2,024***
Instrlearn	0,000	0,247***	0,000	0,166***	0,383***
Disclearn	0,000	–0,560***	0,000	0,021	0,095*
Comlearn	0,000	–0,034*	0,000	–0,041	–0,158***
Realref	0,000	–0,217***	0,000	0,022	–0,133***
Cog	0,000	–0,092***	0,000	–0,002	0,002

achten. Singulär für das gymnasiale Niveau „p“ sind die relativ niedrigen Werte beim anwendungsbezogenen Lernen („realref“) und sozialen Lernen („comlearn“). Demgegenüber sind die Werte für entdeckendes Lernen („disclearn“) auf allen Schulniveaus sehr ähnlich und bezüglich der Einschätzung des kognitiv aktivierenden Unterrichts („cog“) zeigen sich zwischen allen Schulniveaus keine signifikanten Unterschiede.

6.3 Lineare Modelle

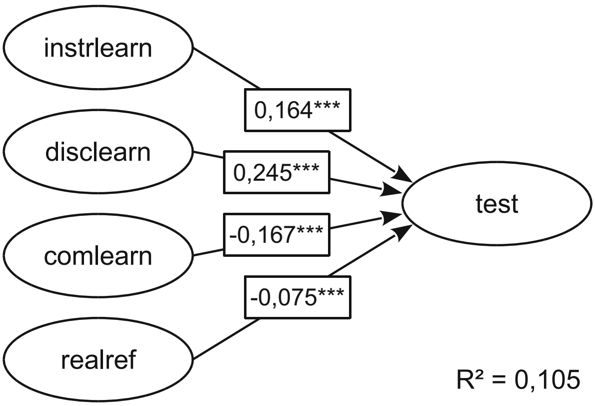
Gemäß Hypothese 2 sollten konstruktivistische Beliefs zum Mathematiklernen positive und instruktivistische Beliefs negative Prädiktoren für die mathematische Leistung sein. Diese Hypothese wurde mit einem linearen Strukturgleichungsmodell (Loehlin und Beaujean 2017, S. 95–132) geprüft (Abb. 1; Gütekriterien: *SRMR* = *0,058, CFI* = *0,884, RMSEA* = *0,078*). In allen Abbildungen werden ausschließlich die standardisierten Regressionskoeffizienten angegeben.

Die Hypothese 2 kann nicht bestätigt werden: Zwar ist „disclearn“ der stärkste Prädiktor für die Mathematikleistung, aber auch „instrlearn“ erweist sich als positiver Prädiktor. Entgegen der Erwartungen sind die konstruktivistischen Variablen „comlearn“ und „realref“ negative Prädiktoren. Wie sich schon bei den Korrelationen angedeutet hat (Tab. 1), ergänzen sich instruktivistische Beliefs zum Mathematiklernen mit solchen für entdeckendes Lernen und bilden keinen Gegensatz. Zu bedenken ist allerdings der eher kleine Anteil an Varianzaufklärung.

Die in den deskriptiven Auswertungen beobachteten Geschlechterunterschiede (Tab. 5) legen die Vermutung nahe, dass sich auch die Parameter des linearen Modelles bezüglich der Geschlechter unterscheiden könnten. Diese Annahme bestätigt sich (Abb. 2; Gütekriterien *SRMR* = *0,059, CFI* = *0,877, RMSEA* = *0,076*). In Übereinstimmung mit den Gruppenunterschieden ist für Schülerinnen die Skala zu instruktivistischen Beliefs der stärkere Prädiktor, während es bei den Schülern die Beliefs zum entdeckenden Lernen sind.

Ein neues Phänomen zeigt sich, wenn man das lineare Modell nach Schulniveaus getrennt berechnet (Abb. 3; Gütekriterien *SRMR* = *0,058, CFI* = *0,874, RMSEA* = *0,075*): Die Variable „instrlearn“ verliert generell an Bedeutung und

Abb. 1 Lineares Modell: Beliefs zum Mathematiklernen als Prädiktoren für die Mathematikleistung



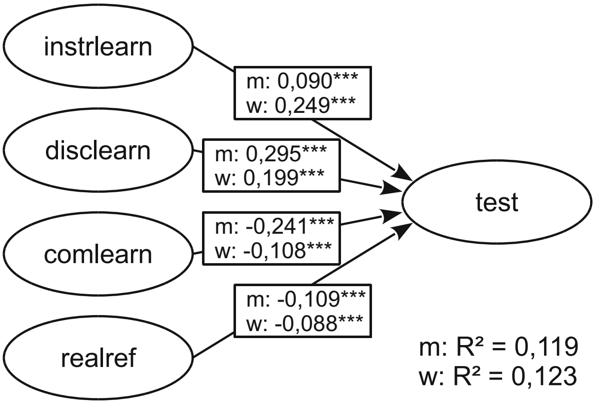


Abb. 2 Lineares Modell nach Geschlechtern getrennt

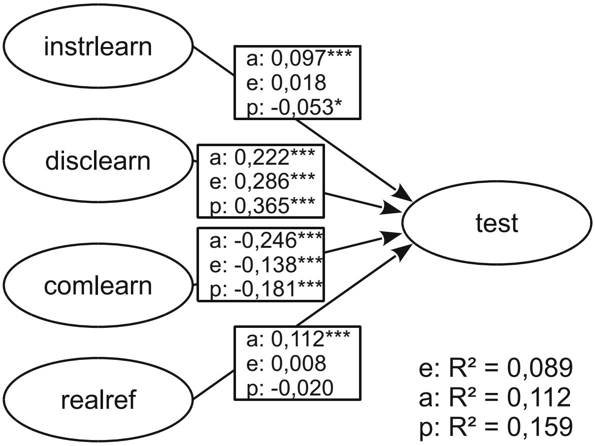


Abb. 3 Lineares Modell nach Schulniveaus getrennt

nimmt außerdem vom Niveau a zum Niveau p bis in den (leicht) negativen Bereich ab. Dies erscheint auf den ersten Blick paradox, da die Beliefs zum instruktivistischen Lernen vom Niveau a zum Niveau p hin ansteigen (Tab. 5). Aber genau dies dürfte die Erklärung für das Phänomen sein: Mit Blick auf die Gesamtstichprobe ist „instrlearn" ein positiver Prädiktor für das Testergebnis (Abb. 1). Durch die Aufteilung der Stichprobe nach Schulniveaus werden drei Gruppen mit ansteigenden Mittelwerten bezüglich „instrlearn" gebildet (Tab. 5), d. h. die Gruppenbildung „ersetzt" (im Sinne eines Suppressionseffektes nach Conger 1974) die Funktion des Prädiktors „instrlearn" im linearen Modell.

6.4 Mediatormodell

Schließlich wird die Hypothese 3 geprüft, die in Analogie zu den impliziten Theorien der Intelligenz einen Mediatoreffekt der Beliefs als Bindeglied zwischen Lernarrangement und Lerneffekt vermutet. In der Abb. 4 ist das zugehörige Mediatormodell abgebildet (Modellgüte: *SRMR = 0,051, CFI = 0,906, RMSEA = 0,056*; die Variable

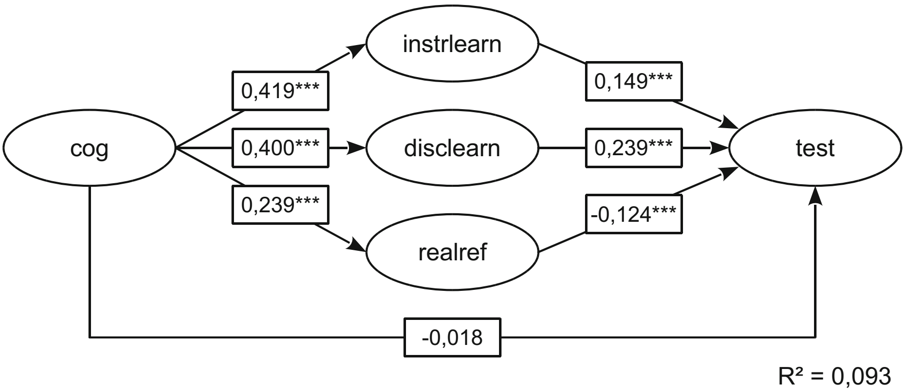


Abb. 4 Mediatormodell

„comlearn" ist nicht signifikant und wird daher nicht in der Grafik dargestellt, siehe auch die geringe Korrelation zwischen „cog" und „comlearn" in Tab. 1, die standardisierten indirekten Effekte sind 0,063*** über den Mediator „instrlearn", 0,096*** über „disclearn" und –0,030*** über „realref"; insgesamt beträgt der standardisierte indirekte Effekt 0,129***).

Das Lernarrangement des kognitiv aktivierenden Unterrichts (Skala „cog") ist erwartungsgemäß ein positiver Prädiktor für die konstruktivistischen Beliefs-Variablen „disclearn" und „realref", allerdings entgegen der Erwartung auch für die instruktivistische Beliefs-Variable „instrlearn". Wie vermutet, wird der Effekt der Variablen „cog" auf die mathematische Leistung „test" vollständig mediiert (der direkter Effekt –0,018 nicht signifikant). Dieses Ergebnis unterstützt Hypothese 3 – allerdings mit der Korrektur, dass auch die Beliefs zum instruktivistischen Lernen einen positiven Mediator bilden, während „realref" entgegen der Hypothese 3 einen negativen Effekt hat. Auch hier ist jedoch der Anteil erklärter Varianz eher klein.

Die Mediatormodelle, bei denen die Stichprobe nach Geschlechtern bzw. Schulniveaus aufgeteilt wird, werden hier nicht dargestellt. Die Ergebnisse verhalten sich analog zu den linearen Modellen in Abb. 2 und 3: Bei Schülerinnen sind instruktivistische Beliefs der stärkste Mediator und bei einer Trennung der Schulniveaus verlieren die Variablen zu instruktivistischen Beliefs an Bedeutung – was sich auch hier damit erklären lässt, dass die Einteilung in die drei Schulniveaus die Skala „instrlearn" quasi in drei ordinal aufsteigende Cluster diskretisiert und dadurch den Effekt der Skala „instrlearn" ersetzt.

7 Zusammenfassung und Diskussion

Das Ziel unseres Beitrags war es, die Beliefs von Schweizer Jugendlichen zum Mathematiklernen und deren Bedeutung für den schulischen Lernerfolg zu verstehen. Als empirische Grundlage diente eine repräsentative Studie zur Überprüfung des Erreichens der mathematischen Grundkompetenzen am Ende der obligatorischen Schulzeit in der neunten Jahrgangsstufe (ÜGK 2016). Für eine Differenzierung wurden konstruktivistische und instruktivistische Beliefs unterschieden und mit der Testleistung sowie der Wahrnehmung kognitiv-aktivierender Aspekte des Unterrichts in Verbindung gebracht.

Eine wichtige Erkenntnis ist der Befund, dass Schülerinnen und Schüler – anders als Lehrpersonen – instruktivistische und konstruktivistische Vorstellungen nicht als Gegensätze verstehen, sondern dass diese Beliefs offenbar nebeneinander und in positiver Korrelation zueinander bestehen können. Dies entspricht Forschungsergebnissen zu Schülerbeliefs über die Natur der Mathematik, bei denen sich Kombinationen von instrumentellen, Platonischen und problemlösungsbezogenen Perspektiven finden ließen (Grootenboer und Marshman 2016), die bei Lehrpersonen Gegensätze zueinander bilden (Baumert et al. 2004; Grigutsch et al. 1998). Auch Forschungsbefunde zur Koexistenz motivationaler Orientierungen, bei denen sich Kombinationen von eher extrinsischen und intrinsischen motivationalen Ausprägungen nachweisen lassen, deuten in diese Richtung (Hidi und Harackiewicz 2000; Lazarides et al. 2019, 2020).

Die drei hier untersuchten konstruktivistischen Beliefs – selbstständig entdeckendes Lernen (Skala „disclearn“), Themen und Aufgaben mit Realitätsbezug (Skala „realref“) und Lernen in sozialer Gemeinsamkeit (Skala „comlearn“) – bilden entgegen theoretischer Erwartungen und entgegen empirischer Studien mit Lehrpersonen keine „konstruktivistische Beliefsgruppe“: Nur die Beliefs zu entdeckendem Lernen und zu Aufgaben mit Realitätsbezug korrelieren moderat miteinander – allerdings in gleicher oder sogar größerer Höhe mit Beliefs zum instruktivistischen Lernen – und nur sehr schwach mit Beliefs zum sozialen Lernen. Dass sich hier vermeintlich widersprechende Vorstellungen miteinander verbinden, könnte an der Entstehung dieser Beliefs liegen (Grootenboer und Marshman 2016): Erfahren Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht sowohl instruktivistische als auch konstruktivistische Praktiken, so kann dies zu einer Koexistenz der entsprechenden Beliefs führen.

Neben diesen allgemeinen Zusammenhängen über die Beliefsstruktur wurden Gruppenunterschiede bezüglich der Geschlechter und der drei schweizerischen Schulniveaus untersucht: Schülerinnen zeigen gegenüber Schülern deutlich weniger ausgeprägte Beliefs zum entdeckenden Lernen, geringfügig niedriger ausgeprägte Beliefs zum Realitätsbezug, jedoch höhere zu instruktivistischen Lernmethoden. Bezüglich der Schulniveaus lässt sich einen Anstieg der Beliefs für das instruktivistische Lernen vom tiefsten zum höchsten Schulniveau beobachten. Singulär für das gymnasiale Niveau sind die niedrigen Beliefs zum realitätsbezogenen Lernen. Demgegenüber sind die Werte für entdeckendes Lernen auf allen Schulniveaus sehr ähnlich. Die Unterschiede auf den Schulniveaus könnten verschiedene Unterrichtserfahrungen und Schulformkulturen widerspiegeln. Für die Geschlechterunterschiede ist diese Erklärungshypothese allerdings nicht plausibel. Unsere Beobachtungen reihen sich vielmehr in einen Verbund relativ stabiler Geschlechterunterschiede bezüglich des Mathematikunterrichts ein, deren Ursachen bisher weitgehend ungeklärt sind (Leder 2015) und die Frage nach einer gendersensiblen Didaktik neu akzentuieren.

Wie vermutet, sind die Beliefs zum Mathematiklernen Prädiktoren für die mathematische Leistung – allerdings teilweise anders als erwartet: In Übereinstimmung mit unseren Forschungshypothesen sind zwar Beliefs zum entdeckenden Lernen ein positiver Prädiktor, entgegen der Hypothesen allerdings auch instruktivistische Beliefs. Beliefs zu realitätsbezogenen Aufgaben und zum sozialen Lernen hingegen erweisen sich als negative Prädiktoren, d. h. die letzteren bilden mit den Beliefs zum entdeckenden Lernen nicht nur keinen „konstruktivistischen Beliefsverband", sondern verhalten sich auch als Prädiktoren entgegengesetzt zum entdeckenden Lernen. Diese Unterschiede sind bezüglich der Schülerinnen sogar noch stärker ausgeprägt als bei den Schülern: Für Schülerinnen sind Beliefs zum instruktivistischen Lernen der stärkste positive Prädiktor für die mathematische Leistung, bei Schülern die Beliefs zum entdeckenden Lernen.

Im Sinne der dritten Hypothese wurde erwartet, dass es einen positiven Effekt konstruktivistischer Lernumgebungen auf die Mathematikleistung gibt, der aber über Beliefs zum konstruktivistischen Lernen mediiert wird. Präzisierend kann man nun sagen, dass unter den konstruktivistischen Beliefs nur die Beliefs zum entdeckenden Lernen ein positiver Mediator sind, hingegen die zum Realitätsbezug ein negativer, während instruktivistische Beliefs überraschenderweise ebenfalls als positiver Mediator auftreten. Allerdings ist die Varianzaufklärung des Modells so gering ($R^2 = 0{,}093$), dass es fraglich ist, ob dieser Mediatoreffekt wie überhaupt die konstruktivistische Gestaltung von Lernumgebung eine unterrichtspraktische Relevanz für die Mathematikleistung haben.

7.1 Limitationen

Die neuen Erkenntnisse, die sich aus unserer Studie ableiten lassen, müssen allerdings vor dem Hintergrund der folgenden Limitationen interpretiert werden: Die Schülerinnen und Schüler wurden am Ende ihrer obligatorischen Schulzeit einmalig befragt. Entwicklungen und Veränderungen im Laufe der Schulzeit konnten somit nicht erfasst werden. Längsschnittliche Analysen wären ebenso nötig wie simultane Erhebungen von Schüler- und Lehrpersonen-Beliefs, um die Entwicklung von Beliefs und Interaktionen besser verstehen zu können. Da alle Konstrukte ausschließlich aus der Perspektive der Schülerinnen und Schüler erhoben wurden, fehlen andere Sichtweisen und objektivere Maße, etwa durch Lehrpersonenurteile und Unterrichtsbeobachtungen. Warum sich die Beliefs der Schülerinnen und Schüler zum Mathematiklernen von denen der Lehrpersonen zum Teil markant unterscheiden und welche Konsequenzen dies für den Unterricht und auf Lernergebnisse hat, müsste künftig nicht nur empirisch, sondern auch theoretisch bearbeitet werden.

7.2 Fazit und Ausblick

Die Ergebnisse unserer Studie verdeutlichen, dass die Beliefs von jugendlichen Schülerinnen und Schülern keinem dichotomen Muster folgen und dass sie sich systematisch von den Beliefs der Lehrpersonen unterscheiden können. Als weiterführende Untersuchung wäre es deshalb beispielsweise interessant, die Genese konstruktivistischer und instruktivistischer Beliefs bei Schülerinnen und Schülern über einen längeren Zeitraum zu betrachten. Bei Lehrpersonen entwickeln sich diese Beliefs im Wesentlichen im Laufe ihrer Ausbildung – und dort werden die ihnen zugrundeliegenden Lehr- und Lernkonzepte bewusst als Gegensätze vermittelt; aufseiten der Schülerinnen und Schüler entstehen diese Beliefs jedoch (wahrscheinlich) in Auseinandersetzung mit Erfahrungen im Mathematikunterricht. So ist eine offene Frage, worauf die positiven Korrelationen zwischen konstruktivistischen und instruktivistischen Beliefs zurückzuführen sind und wodurch ihr Zusammenhang gestützt wird.

Insgesamt werfen die Ergebnisse unserer Studie auch einige Fragen für die Unterrichtspraxis auf: Während erziehungswissenschaftliche und mathematikdidaktische Theorien mehrheitlich davon ausgehen, dass es einen Verbund konstruktivistischer Aspekte des Mathematikunterrichts gibt und sich diese Lernmethoden positiv auf das mathematische Lernergebnis auswirken (Leuders 2001; Pauli et al. 2008; vom Hofe 2001), zeigt sich hier, dass diese Annahmen aufseiten der Beliefs von Schülerinnen und Schülern (anders als bei Lehrpersonen) empirisch nicht widergespiegelt werden: Dieser „konstruktivistische Verbund" lässt sich nicht nachweisen – allein die drei hier operationalisierten Aspekte unterscheiden sich erheblich voneinander – und darüber hinaus zeigt sich eher ein Zusammenhang zwischen Beliefs zum entdeckenden Lernen und zum instruktivistischen Lernen, die sich ähnlich verhalten und gemeinsam als positive Prädiktoren zum Lernerfolg auftreten. Für die Unterrichtspraxis stellt sich also die Frage, wie damit umzugehen ist, dass zwei theoretisch gegensätzlich eingestufte Aspekte des Unterrichts (die von Lehrpersonen auch als gegensätzlich wahrgenommen werden) aufseiten der Schülerinnen und Schüler als verbunden und mit positiver Auswirkung auf Lernerfolg erscheinen.

Funding Open Access funding enabled and organized by Projekt DEAL.

Literatur

Angelone, D., & Keller, F. (2019). Überprüfung des Erreichens der Grundkompetenzen (ÜGK) im Fach Mathematik im 11. Schuljahr. Technische Dokumentation zur Testentwicklung und Skalierung. Aarau: Geschäftsstelle der Aufgabendatenbank EDK (ADB). http://uegk-schweiz.ch/wp-content/uploads/2019/05/%C3%9CGK2016_Technischer-Bericht_ADB.pdf. Zugegriffen: 31. Jan. 2020.

Baumert, J., Blum, W., Brunner, M., Krauss, S., Kunter, M., & Neubrand, M. (2004). Mathematikunterricht aus Sicht der PISA-Schülerinnen und Schüler und ihrer Lehrkräfte. In M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner, M. Neubrand, R. Pekrun, J. Rost & U. Schiefele (Hrsg.), *PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland* (S. 354–414). Münster: Waxmann.

Baumert, J., Blum, W., Brunner, M., Dubberke, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Kunter, M., Löwen, K., & Neubrand, M. (2009). Professionswissen von Lehrkräften, kognitiv aktivierender Mathematikunterricht und die Entwicklung von mathematischer Kompetenz (COACTIV), Dokumentation der Erhebungsinstrumente. In M. Kunter, et al. (Hrsg.), *Materialien aus der Bildungsforschung* Bd. 83. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.

Beaujean, A. (2014). *Latent variable modeling using R—A step-by-step guide*. New York: Routledge.

Bendorf, M. (2016). Sozio-konstruktivistisches bzw. situiertes Lernen. In B. Fürstenau (Hrsg.), *Lehr-Lern-Theorien. Behaviorismus, Kognitivismus, Konstruktivismus: Lernen und Expertise verstehen und fördern* (S. 77–97). Baltmannsweiler: Schneider Hohengehren.

BIFIE (2019). BIFIEsurvey: Tools for survey statistics in educational assessment. R package version 3.1–33. https://cran.r-project.org/web/packages/BIFIEsurvey/BIFIEsurvey.pdf. Zugegriffen: 31. Jan. 2020.

Brown, M., Brown, P., & Biddy, T. (2008). "I would rather die": Reasons given by 16-year-olds for not continuing their study of mathematics. *Research in Mathematics Education*, *10*(1), 3–18.

Bruneforth, M., Oberwimmer, K., & Robitzsch, A. (2016). Reporting & Analysen. In S. Breit & C. Schreiner (Hrsg.), *Large-Scale Assessment mit R: Methodologische Grundlagen der öster-reichischen Bildungsstandardüberprüfung* (S. 333–362). Wien: facultas.

Büchter, A., & Henn, H.-W. (2015). Schulmathematik und Realität – Verstehen durch Anwenden. In R. Bruder, L. Hefenfehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch zur Mathematikdidaktik* (S. 19–49). Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-642-35119-8_2.

Bühner, M., & Ziegler, M. (2017). *Statistik für Psychologen* (2. Aufl.). Hallbergmoos: Pearson.

van Buuren, S. (2012). *Flexible imputation of missing data*. Boca Raton: CRC Press.

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2. Aufl.). Hillsdale: Lawrence Erlbaum.

Confrey, J. (1990). Chapter 8: What constructivism implies for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, *4*, 107–210. https://doi.org/10.2307/749916.

Conger, A. (1974). A revised definition for suppressor variables: A guide to their identification and interpretation. *Educational and Psychological Measurement*, *24*, 35–46.

von Davier, M. (2016). Rasch Model. In W.J. van den Linden (Hrsg.), *Handbook of item response theory—Volume one: Models* (S. 31–50). Boca Raton: CRC Press.

Dubs, R. (1995). Konstruktivismus: Einige Überlegungen aus der Sicht der Unterrichtsgestaltung. *Zeitschrift für Pädagogik*, *41*(6), 889–903.

Duit, R. (1995). Zur Rolle der konstruktivistischen Sichtweise in der naturwissenschaftsdidaktischen Lehr- und Lernforschung. *Zeitschrift für Pädagogik*, *41*(6), 905–923.

Dweck, C.S., & Legget, E.L. (1988). A social-cognitive approach to motivation and personality. *Psychological Review*, *95*(2), 256–273. https://doi.org/10.1037/0033-295x.95.2.256.

EDK (2011). Grundkompetenzen für die Mathematik. Nationale Bildungsstandards. Freigegeben von der EDK-Plenarversammlung am 16. Juni 2011. http://edudoc.ch/record/96784/files/grundkomp_math_d.pdf. Zugegriffen: 24. März 2019.

George, A.C., Oberwimmer, K., & Itzlinger-Bruneforth, U. (2016). Stichprobenziehung. In S. Breit & C. Schreiner (Hrsg.), *Large-Scale Assessment mit R: Methodologische Grundlagen der österreichischen Bildungsstandardüberprüfung* (S. 51–82). Wien: facultas.

Gergen, K.J. (1985). The social constructionist movement in modern psychology. *American Psychologist*, *40*, 266–275.

Girnat, B. (2010). Subjective theories: A conceptual and methodological specialisation of belief systems. In F. Furinghetti & F. Morselli (Hrsg.), *Proceedings of the Conference MAVI-15: Ongoing research on beliefs in mathematics education* (S. 13–24). Genua: Dipartimento di Matematica, Università di Genova.

Girnat, B. (2015). Konstruktivistische und instruktivistische Lehrmethoden aus Schülersicht – Entwicklung eines fragebogenbasierten Erhebungsinstrumentes. *Beiträge zum Mathematikunterricht*, *2015*, 308–311.

Girnat, B., & Linneweber-Lammerskitten, H. (2019). Schlussbericht zur Entwicklung mathematischer Testitems für die Überprüfung der Grundkompetenzen der Jahrgangsstufe 11 in Mathematik auf der Grundlage des HarmoS Kompetenzmodells Mathematik. http://uegk-schweiz.ch/wp-content/uploads/2019/06/Schlussbericht_Itementwicklung_HarmoS_UEGK.pdf. Zugegriffen: 31. Jan. 2020.

von Glasersfeld, E. (1997). *Radikaler Konstruktivismus*. Frankfurt a.M.: Suhrkamp.

Grigutsch, S., Raatz, U., & Törner, G. (1998). Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*, *19*(1), 3–45.

Groeben, N., Wahl, D., Schlee, J., & Scheele, B. (Hrsg.). (1988). *Das Forschungsprogramm Subjektive Theorien: eine Einführung in die Psychologie des reflexiven Subjekts*. Tübingen: Francke. https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-27658

Grootenboer, P., & Marshman, M. (2016). *Mathematics, affect and learning*. Singapore: Springer.

Haimovitz, K., & Dweck, C. (2016). Parents' views of failure predict children's fixed and growth intelligence mind-sets. *Psychological Science*, *27*(6), 859–869. https://doi.org/10.1177/0956797616639727.

Haimovitz, K., & Dweck, C. (2017). The origins of children's growth and fixed mindsets: New research and a new proposal. *Child Development*, *88*(6), 1849–1859. https://doi.org/10.1111/cdev.12955.

Hannula, M., Leder, G., Morselli, F., Vollstedt, M., & Zhang, Q. (Hrsg.). (2019). *Affect and mathematics education: Fresh perspectives on motivation, engagement, and identity*. Cham: Springer.

Hascher, T., Brühwiler, C., & Girnat, B. (2019). *Erläuterungen zu den Skalen des Kontextfragebogens der ÜGK 2016 Mathematikteil: Theoretischer Hintergrund und Forschungsinteressen*. Bern: Universität Bern, Pädagogische Hochschule St. Gallen (PHSG) und Pädagogische Hochschule FNHW.

Hattie, J. (2009). *Visible learning. A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London: Routledge.

Heinze, A., & Reiss, K. (2004). The teaching of proof at the lower secondary level—A video study. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *36*(3), 98–104.

Hidi, S., & Harackiewicz, J.M. (2000). Motivating the academically unmotivated: A critical issue for the 21st century. *Review of Educational Research*, *70*(2), 151–179.

vom Hofe, R. (2001). Mathematik entdecken: Alte und neue Argumente für entdeckendes Lernen. *mathematik lehren*, *105*, 4–8.

Jorgensen, T.D., Pornprasertmanit, S., Schoemann, A.M., & Rosseel, Y. (2021). semTools: Useful tools for structural equation modeling. R package version 0.5-4. https://CRAN.R-project.org/package=semTools. Zugegriffen: 31. Jan. 2020.

Kaiser, G., & Maaß, K. (2006). Vorstellungen über Mathematik und Ihre Bedeutung für die Behandlung von Realitätsbezügen. In A. Büchter, H. Humenberger, S. Hußmann & S. Prediger (Hrsg.), *Realitätsnaher Mathematikunterricht vom Fach aus und für die Praxis* (S. 83–94). Hildesheim: Franzbecker.

Klieme, E., & Rakoczy, K. (2003). Unterrichtsqualität aus Schülerperspektive: Kulturspezifische Profile, regionale Unterschiede und Zusammenhänge mit Effekten von Unterricht. In J. Baumert, et al. (Hrsg.), *PISA 2000 – Ein differenzierter Blick auf die Länder der Bundesrepublik Deutschland* (S. 333–359). Wiesbaden: VS. https://doi.org/10.1007/978-3-322-97590-4_12.

Konsortium ÜGK (Hrsg.). (2019). *Überprüfung der Grundkompetenzen. Nationaler Bericht der ÜGK 2016: Mathematik 11. Schuljahr*. Bern, Genf: EDK und SRED.

Krauthausen, G. (2017). *Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule*. Berlin: Springer Spektrum.

Lazarides, R., Dietrich, J., & Taskinen, P.H. (2019). Stability and change in students' motivational profiles in mathematics classrooms: The role of perceived teaching. *Teaching and Teacher Education*, *79*, 164–175.

Lazarides, R., Dicke, A.-L., Rubach, C., & Eccles, J.S. (2020). Profiles of motivational beliefs in math: Exploring their development, relations to student-perceived classroom characteristics, and impact on future career aspirations and choices. *Journal of Educational Psychology*, *112*(1), 70–92.

Leder, G.C. (2015). Gender and mathematics education revisited. In S. Cho (Hrsg.), *The proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (S. 145–170). Cham: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_12.

Leder, G.C., & Forgasz, H. (2002). Measuring mathematical beliefs and their impact on the learning of mathematics: A new approach. In G.C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Hrsg.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (S. 95–114). Dordrecht: Kluwer.

Lesh, R., & Doerr, H.M. (2003). *Beyond constructivism*. London: Lawrence Erlbaum.

Leuders, T. (2001). *Qualität im Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I und II*. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Leuders, T. (2003). Mathematik als Leistung des Gehirns – Mathematikunterricht aus der Perspektive des Lernenden. In T. Leuders (Hrsg.), *Mathematikdidaktik. Ein Praxishandbuch für die Sekundarstufe I & II* (S. 33–47). Berlin: Cornelsen Scriptor.

Leuders, T. (2015). Aufgaben in Forschung und Praxis. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 435–460). Berlin: Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-642-35119-8_16.

Lipnevich, A.A., Maccann, C., Krumm, S., Burrus, J., & Roberts, R.D. (2011). Mathematics attitudes and mathematics outcomes of U.S. and Belarusian middle school students. *Journal of Educational Psychology*, *103*(1), 105–118. https://doi.org/10.1037/a0021949.

Lipowsky, F., Rakoczy, K., Pauli, C., Drollinger-Vetter, B., Klieme, E., & Reusser, K. (2009). Quality of geometry instruction and its short-term impact on students' understanding of the Pythagorean theorem. *Learning and Instruction*, *19*, 527–537.

Loehlin, J.C., & Beaujean, A.A. (2017). *Latent variable models—An introduction to factor, path, and structural equation analysis*. New York: Routledge.

McDonough, A., & Sullivan, P. (2014). Seeking insights into young children's beliefs about mathematics and learning. *Educational Studies in Mathematics*, *87*, 279–296.

Millsap, R.E., & Olivera-Aguilar, M. (2012). Investigating measurement invariance using confirmatory factor analysis. In R.H. Hoyle (Hrsg.), *Handbook of structural equation modeling* (S. 380–392). New York: Guilford.

Mislevy, R.J. (1991). Randomization-based inference about latent variables from complex samples. *Psychometrika*, *56*(2), 177–196.

Multon, K., Brown, S., & Lent, R. (1991). Relation of self-efficacy beliefs to academic outcomes: A meta-analytic investigation. *Journal of Counseling Psychology*, *38*, 30–38. https://doi.org/10.1037/0022-0167.38.1.30.

Neubrand, M., Jordan, A., Krauss, S., Blum, W., & Löwen, K. (2011). Aufgaben im COACTIV-Projekt: Einblicke in das Potenzial für kognitive Aktivierung. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften – Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 163–192). Münster: Waxmann.

Nidegger, C. (2019). *ÜGK/COFO/VECOF 2016. Competencies of Swiss pupils in mathematics (dataset)*. Lausanne: FORS. https://doi.org/10.23662/FORS-DS-1004-1.

Noddings, N. (1990). Chapter 1: Constructivism in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, *4*, 7–18. https://doi.org/10.2307/749909.

Oldenburg, R. (2020). Realistischer Konstruktivismus: Ein unwissenschaftlicher Beitrag. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, *109*, 77–84.

Pauli, C., Drollinger-Vetter, B., Hugener, I., & Lipowsky, F. (2008). Kognitive Aktivierung im Mathematikunterricht. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *22*(2), 127–133.

Philipp, R. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. Lester (Hrsg.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: The project of the National Council of Teachers of Mathematics* (S. 257–315). Charlotte: Information Age Publishing.

R Core Team (2021). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing. Wien. https://www.R-project.org/. Zugegriffen: 31. Mai 2020.

Rakoczy, K., & Pauli, C. (2006). Hoch inferentes Rating: Beurteilung der Qualität unterrichtlicher Prozesse. In E. Klieme, C. Pauli & K. Reusser (Hrsg.), *Materialien zur Bildungsforschung* (Bd. 15, S. 206–233). Frankfurt a. M.: GFPF.

Robitzsch, A., Pham, G., & Yanagida, T. (2016). Fehlende Daten und Plausible Values. In S. Breit & C. Schreiner (Hrsg.), *Large-Scale Assessment mit R: Methodologische Grundlagen der österreichischen Bildungsstandardüberprüfung* (S. 259–294). Wien: facultas.

Robitzsch, A., Kiefer, T., & Wu, M. (2020). TAM: Test Analysis Modules. R package version 3.5-19. https://CRAN.R-project.org/package=TAM. Zugegriffen: 28. Aug. 2020.

Rosseel, Y. (2012). lavaan: An R package for structural equation modeling. *Journal of Statistical Software*, *48*(2), 1–36. https://doi.org/10.18637/jss.v048.i02.

Schiepe-Tiska, A., Reiss, K., Obersteiner, A., Heine, J.-H., Seidel, T., & Prenzel, M. (2013). *Mathematikunterricht in Deutschland: Befunde aus PISA 2012*. Münster: Waxmann.

Schmeisser, C., Krauss, S., Bruckmaier, G., Ufer, S., & Blum, W. (2013). Transmissive and constructivist beliefs of in-service mathematics teachers and of beginning university students. In Y. Li & J.N. Moschkovich (Hrsg.), *Proficiency and beliefs in learning and teaching mathematics. Mathematics teaching and Learning* (S. 51–67). Rotterdam: SensePublishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6209-299-0_5.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. San Diego: Academic Press.

Solso, R. (2004). *Kognitive Psychologie*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer.

Steffe, L.P., & Gale, J.E. (Hrsg.). (1995). *Constructivism in education*. New York: Lawrence Erlbaum.

Stoet, G., & Geary, D.C. (2013). Sex differences in mathematics and reading achievement are inversely related: Within- and across-nation assessment of 10 years of PISA data. *PLoS one*, *8*(3), e57988.

Thompson, A.G. (1992). Teacher's beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. Grouws (Hrsg.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (S. 127–146). New York: Macmillan.

Trautmann, M., & Wischer, B. (2008). Das Konzept der Inneren Differenzierung – eine vergleichende Analyse der Diskussion der 1970er Jahre mit dem aktuellen Heterogenitätsdiskurs. In M. A. Meyer, M. Prenzel & S. Hellekamps (Hrsg.), *Perspektiven der Didaktik* (S. 159–172). Wiesbaden: VS.

Ufer, S., Heinze, A., & Lipowsky, F. (2015). Unterrichtsmethoden und Instruktionsstrategien. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 411–434). Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-642-35119-8_15.

Verner, M., & Helbling, L. (2019). Sampling ÜGK 2016. Technischer Bericht zu Stichprobendesign, Gewichtung und Varianzschätzung bei der Überprüfung des Erreichens der Grundkompetenzen 2016. Zürich: Institut für Bildungsevaluation. http://uegk-schweiz.ch/wp-content/uploads/2019/05/%C3%9CGK2016_Verner_Helbling_2019_-Sampling-%C3%9CGK-2016.pdf. Zugegriffen: 19. März 2020.

Voss, T., Kleickmann, T., Kunter, M., & Hachfeld, A. (2013). Mathematics teachers' beliefs. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Teachers' professional competence. Findings of the COACTIV research program* (S. 249–271). Berlin, Heidelberg, New York: Springer.

Weißeno, G., Weschenfelder, E., & Oberle, M. (2013). Konstruktivistische und transmissive Überzeugungen von Referendar/-innen. In A. Besand (Hrsg.), *Lehrer- und Schülerforschung in der politischen Bildung* (S. 68–77). Frankfurt a.M.: Wochenschau Verlag.

Young-Loveridge, J., Taylor, M., Sharma, S., & Hawera, N. (2006). Students' perspectives on the nature of mathemactics. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen & M. Chinnappan (Hrsg.), *Identities, cultures and learning spaces. Proceedings of the 29th annual conference of Mathematics Education Research Group of Australasia* (Bd. 2, S. 583–590). Canberra: MERGA.